141.oldal 1.Feladat: Oldja meg grafikusan majd algebrailag!

a)

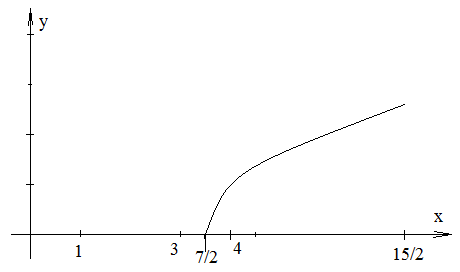
Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

Alakítsuk át a gyökös függvény hozzárendelési utasítását:

Táblázat:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A jobb oldali konstans függvény minden valós számhoz 0-t rendel, tehát ez maga a vízszintes tengely



A kért relációban azt keressük, hogy a gyökös függvény mikor van a vízszintes tengely fölött. Az ábra alapján azt látjuk, hogy minden olyan valós szám esetén, ahol a függvény értelmezett.

Az algebrai megoldás esetén négyzetre emelünk:

Ebből adódik, amely összhangban van az alaphalmaz feltétellel. Hivatkozhattunk volna a négyzetgyök értékkészletére is, hiszen az ahol értelmezett, ott mindig nemnegatív.

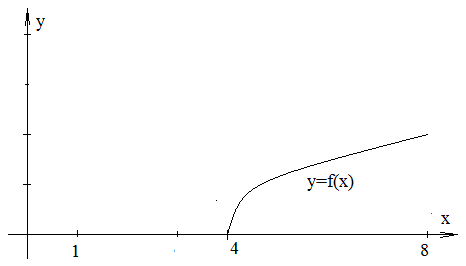
b)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

Táblázat:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A jobb oldali konstans függvény minden valós számhoz 0-t rendel, tehát ez maga a vízszintes tengely



A kért relációban azt keressük, hogy a gyökös függvény mikor van a vízszintes tengely alatt. Az ábra alapján azt látjuk, hogy kizárólag érték esetén illeszkedik a tengelyre, de sosincs alatta, tehát egyetlen megoldása van.

Az algebrai megoldás esetén négyzetre emelünk:

Ebből adódik, amelynek egyetlen közös eleme van az alaphalmaz feltétellel.

c)

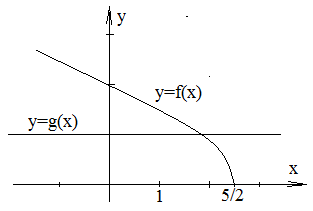
Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

Alakítsuk át a gyökös függvény hozzárendelési utasítását:

Táblázat:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A jobb oldali konstans függvény minden valós számhoz 1-t rendel,



A függvény grafikonok metszik egymást, de nem lehet pontosan megmondani melyik valós értéknél. A kért relációban azt keressük, hogy a gyökös függvény mikor van a konstansfüggvény grafikonja fölött, ez a metszésponthoz képest tőle kisebb értékek esetén következik be.

Az algebrai megoldás esetén négyzetre emelünk:

Ebből adódik megoldás halmaznak.

d)

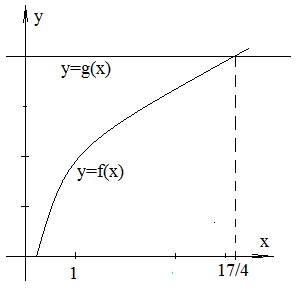
Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

Alakítsuk át a gyökös függvény hozzárendelési utasítását:

Táblázat:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A bal oldali konstans függvény minden valós számhoz 4-t rendel,



A függvény grafikonok metszik egymást (az értéktáblázatból megmondható melyik valós értéknél), a kért relációban azt keressük, hogy a gyökös függvény mikor van a konstansfüggvény grafikonja alatt, ez a metszésponthoz képest tőle kisebb értékek esetén következik be. Figyelembe véve az értelmezési tartomány feltételt, a megoldáshalmaz:

Az algebrai megoldás esetén négyzetre emelünk:

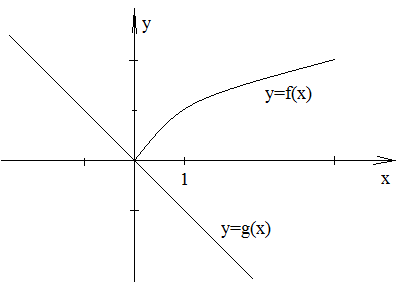
Ebből adódik, amelynek az alaphalmaz feltétellel vett közös része lesz a megoldás halmaz.

142.oldal 2.Feladat

a)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat:

A Tankönyv 136.oldal 1/a.Feladatban a függvények ábrázolása már megtörtént:



A függvény grafikonok metszik egymást, a kért relációban azt keressük, hogy a gyökös függvény mikor van a lineáris függvény grafikonja fölött, ez a metszésponthoz képest tőle nagyobb értékek esetén következik be, tehát .

b)

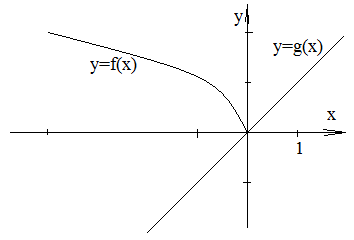
Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

A bal oldali függvény grafikonjának ábrázolásához szükséges táblázat:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A jobb oldali függvény grafikonjának ábrázolásához szükséges táblázat:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |



A függvény grafikonok metszik egymást, a kért relációban azt keressük, hogy a gyökös függvény mikor van a lineáris függvény grafikonja alatt, ez kizárólag a metszéspontban következik be, tehát .

c)

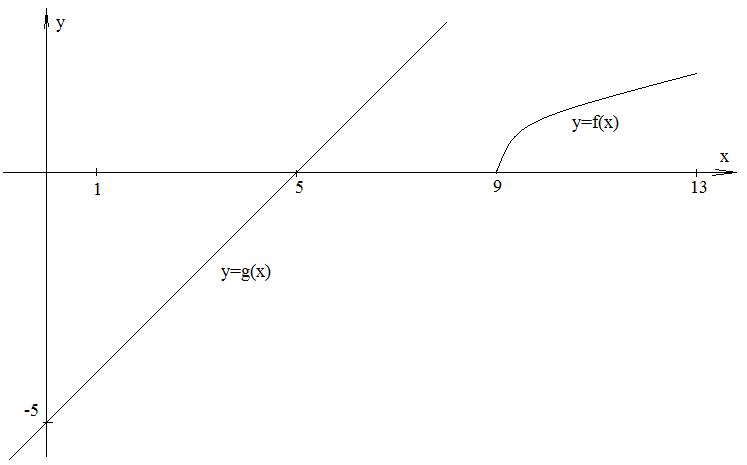
Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

A bal oldali függvény grafikonjának ábrázolásához szükséges táblázat:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A jobb oldali függvény grafikonjának ábrázolásához szükséges táblázat:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |



A függvény grafikonok nem metszik egymást, a kért relációban azt keressük, hogy a gyökös függvény mikor van a lineáris függvény grafikonja fölött, ez sehol sem következik be, tehát nincs megoldás.

d)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

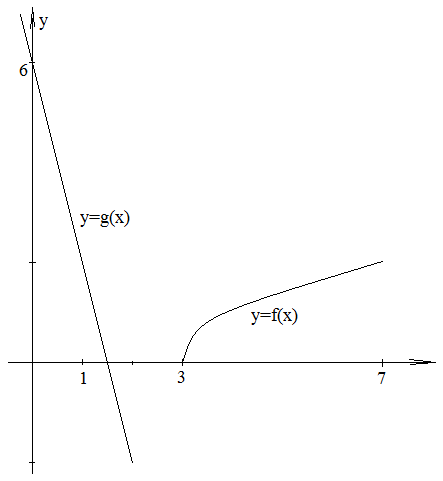
Alakítsuk át a gyökös függvény hozzárendelési utasítását:

A bal oldali függvény grafikonjának ábrázolásához szükséges táblázat:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A jobb oldali függvény grafikonjának ábrázolásához szükséges táblázat:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |



A függvény grafikonok metszik egymást, a kért relációban azt keressük, hogy a gyökös függvény mikor van a lineáris függvény grafikonja alatt, ez sehol sem következik be, tehát nincs megoldás.

142.oldal 3.Feladat

a)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből

A feltételek közös része:

Négyzetre emelés:

A kapott megoldás az alaphalmaz feltétel figyelembe vételével adja az egyenlőtlenség megoldáshalmazát:

b)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből

A feltételek közös része:

Négyzetre emelés:

A kapott megoldás az alaphalmaz feltétel figyelembe vételével adja az egyenlőtlenség megoldáshalmazát:

c)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amely egyenlőtlenség megoldásakor az együtthatókkal helyettesítünk a megoldó-képletbe

Ennek gyökei illetve . A (pozitív előjelű főegyüttható miatt) felfelé nyíló parabola a kisebbik gyöktől kisebb vagy a nagyobbik gyöktől nagyobb tartományokon teljesül a kért reláció, tehát a megoldáshalmaz

.

Négyzetre emelés:

A kapott megoldás az alaphalmaz feltétel figyelembe vételével adja az egyenlőtlenség megoldáshalmazát:

142.oldal 4.Feladat

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve valamint amelyből így

A feltételek közös része: amely tartományban a tört számlálója biztosan nemnegatív, így a teljes törtre vonatkozó reláció akkor teljesül, ha a tört nevezője pozitív, tehát a megoldandó egyenlőtlenség:

amelyből ezt pontosíthatjuk ez pedig akkor teljesül, ha

201.oldal 1556.Feladat

a)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

Négyzetre emelés:

Együtthatók

Ennek gyökei illetve . A (pozitív előjelű főegyüttható miatt) felfelé nyíló parabola a gyökök között teljesíti a kért relációt, tehát az egyenlőtlenség megoldáshalmaza: amely az alaphalmaz feltétellel összevetve egyben a tényleges megoldáshalmaza is az egyenlőtlenségnek.

b)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

Négyzetre emelés:

Együtthatók

Ennek gyökei illetve . A (pozitív előjelű főegyüttható miatt) felfelé nyíló parabola a kisebbik gyöktől kisebb vagy a nagyobbik gyöktől nagyobb tartományokon teljesíti a kért relációt, tehát az egyenlőtlenség megoldáshalmaza: amely az alaphalmaz feltétellel összevetve adja a tényleges megoldáshalmazt:

c)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

Négyzetre emelés:

Együtthatók

Ennek gyökei illetve . A (pozitív előjelű főegyüttható miatt) felfelé nyíló parabola a kisebbik gyöktől kisebb vagy a nagyobbik gyöktől nagyobb tartományokon teljesíti a kért relációt, tehát az egyenlőtlenség megoldáshalmaza: amely az alaphalmaz feltétellel összevetve adja a tényleges megoldáshalmazt:

201.oldal 1557.Feladat

a)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből

Négyzetre emelés:

Együtthatók

Ennek gyökei illetve . A (pozitív előjelű főegyüttható miatt) felfelé nyíló parabola a kisebbik gyöktől kisebb vagy a nagyobbik gyöktől nagyobb tartományokon teljesíti a kért relációt, tehát az egyenlőtlenség megoldáshalmaza: amely az alaphalmaz feltétellel összevetve adja a tényleges megoldáshalmazt:

b)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből

A feltételek közös része:

Négyzetre emelés:

Ebből amely az alaphalmaz feltétellel összevetve adja a tényleges megoldáshalmazt: .

c)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből

A feltételek közös része:

Négyzetre emelés:

Ebből amely az alaphalmaz feltétellel összevetve adja a tényleges megoldáshalmazt, azonban ezek a feltételek ellentmondanak egymásnak, így az egyenlőtlenségnek nincs megoldása.

201.oldal 1558.Feladat

a)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amely egyenlőtlenség megoldásakor az együtthatókkal helyettesítünk a megoldó-képletbe

Tehát ez teljes négyzet alakba írható ez pedig minden valós szám esetén teljesül.

Illetve amely egyenlőtlenség megoldásakor az együtthatókkal helyettesítünk a megoldó-képletbe

Tehát ez teljes négyzet alakba írható ez pedig minden valós szám esetén teljesül.

Ezek alapján a megoldandó egyenlőtlenség átírható:

Határozzuk meg a bal oldali abszolútértékes tagok zérushelyeit amelyből illetve amelyből amely zérushelyek összesen 3részre osztják a teljes valós számhalmazt, így esetvizsgálattal haladunk tovább.

1.eset: ha akkor a megoldandó egyenlőtlenség

Ebből adódik, amelynek nincs közös része az kezdeti feltétellel.

2.eset: ha akkor a megoldandó egyenlőtlenség

Ez hamis állítás, így erre az ellentmondásra hivatkozva azt mondjuk, ezen a tartományon sincs megoldás.

3.eset: ha akkor a megoldandó egyenlőtlenség

Ebből adódik, amelynek nincs közös része az kezdeti feltétellel.

b)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amely egyenlőtlenség megoldásakor az együtthatókkal helyettesítünk a megoldó-képletbe

Tehát ez teljes négyzet alakba írható ez pedig minden valós szám esetén teljesül.

Az abszolútérték miatt esetvizsgálattal haladunk tovább.

1.eset: ha amelyből akkor a megoldandó egyenlőtlenség

Ez igaz állítás, ami azt jelenti, hogy az feltételnek eleget tevő összes valós szám megoldása az egyenlőtlenségnek.

2.eset: ha amelyből akkor a megoldandó egyenlőtlenség

Ebből adódik, amelyet az kezdeti feltétellel összevetve megoldáshalmaz.

Tehát az egyenlőtlenség tényleges megoldása:

c)

Rendezzük át az egyenlőtlenséget:

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amely egyenlőtlenség megoldásakor az együtthatókkal helyettesítünk a megoldó-képletbe

Tehát ez teljes négyzet alakba írható ez pedig minden valós szám esetén teljesül.

Az abszolútérték miatt esetvizsgálattal haladunk tovább.

1.eset: ha amelyből akkor a megoldandó egyenlőtlenség

Ez hamis állítás, így erre az ellentmondásra hivatkozva azt mondjuk, ezen a tartományon sincs megoldás.

2.eset: ha amelyből akkor a megoldandó egyenlőtlenség

Ebből adódik, amelyet az kezdeti feltétellel összevetve azt tapasztaljuk, hogy ellentmondó feltételek, tehát

az egyenlőtlenségnek nincs megoldása.

202.oldal 1559.Feladat

b)

Rendezzük át az egyenlőtlenséget:

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből

A feltételek közös része:

Négyzetre emelés:

Négyzetre emelés:

Együtthatók

Ennek gyökei illetve . A (pozitív előjelű főegyüttható miatt) felfelé nyíló parabola a kisebbik gyöktől kisebb vagy a nagyobbik gyöktől nagyobb tartományokon teljesíti a kért relációt, tehát az egyenlőtlenség megoldáshalmaza: amely az alaphalmaz feltétellel összevetve adja a tényleges megoldáshalmazt: